

文章编号 1004-924X(2009)09-2269-07

# CT 图像边缘退化模型的建立及其 在图像尺寸测量中的应用

陈 平, 潘晋孝, 刘 宾

(中北大学 电子测试技术国家重点实验室, 山西 太原 030051)

**摘要:**考虑工业 CT 产品质量检测和逆向设计的需求, 特别针对有规则边缘的 CT 图像, 建立了 CT 图像边缘退化模型, 并将该模型应用于 CT 图像尺寸测量技术以提高测量精度。首先根据 CT 图像边缘退化的数学描述, 构建了图像边缘退化模型; 然后通过原 CT 图像的灰度信息以及灰度曲线的拐点信息确定退化模型中的相关参数; 最后, 利用这个退化模型对原 CT 图像的边缘进行恢复, 准确提取 CT 图像的边缘信息, 从而完成 CT 图像的尺寸测量。实验结果显示, 该方法对边缘阶跃性较差的 CT 图像进行尺寸测量得到的相对误差为 2%, 比常用的图像尺寸测量方法减小了 1.5%。结果表明, 该方法能够有效地提取 CT 图像边缘信息, 且尺寸测量精度较高。

**关键词:**工业 CT; 尺寸测量; 边缘恢复; 退化模型; 拐点

**中图分类号:**TP391.76; TG115.22 **文献标识码:**A

## Computed tomography image edge degradation model and its application to image size measurement

CHEN Ping, PAN Jin-Xiao, LIU Bin

(National Key Laboratory for Electronic Measurement Technology,  
North University of China, Taiyuan 030051, China)

**Abstract:** In consideration of the requirements of quality inspection and reverse design for Computed Tomography (CT) products, a CT image edge degradation model was established and used in the image size measurement to improve the measurement accuracy. At first, the model was established based on mathematical description of CT image edge degradation. Then, the parameters of degradation model were confirmed according to the image intensity and inflexions of CT image gray curves. Finally, this constructed degradation model was used to restore the primary CT image edge and accurately extract the information of image edge. Hence, the measurement of CT image is accomplished. Experimental results indicate that the relative error is 2% for the CT image with a poor step edge, which has decreased by 1.5% as compared with those of traditional image measurement methods. These results show that this new model can effectively extract the information of CT image edge, and can get an accurate measurement result.

**Key words:** industrial computed tomography; size measurement; edge restoration; degradation model; inflexion

收稿日期: 2008-08-25; 修订日期: 2008-10-23.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 60532080, No. 60602041); 山西省自然科学基金资助项目 (No. 20051042)

## 1 引言

计算机断层成像 CT (Computed Tomography) 技术是放射学和计算机科学结合而产生的一门新的成像技术。该技术在不损伤研究对象内部结构的条件下,利用某种射线源,对检测设备所获得的对象的投影数据进行数学建模和图像重构,从而生成对象内部的二维图像或三维图像,重现对象内部特征以达到检测的目的。目前,该技术已广泛应用于航空、钢铁和机械等多个领域。在工业 CT 图像测量中,图像中被检测工件尺寸的测量,特别是内部尺寸的测量是工业 CT 产品质量检测和逆向设计(即从产品的 CT 图像获取其设计图纸)的基础,具有实际意义。图像尺寸测量的基础是图像边缘提取,但由于工件本身的特点以及物理因素的影响,某些 CT 图像含有较多的噪声,图像边缘不够清晰,就给图像尺寸测量带来了一定的困难。为此在进行 CT 图像尺寸测量之前,需要融入边缘恢复技术,提取边缘,从而完成有关的尺寸测量工作。

传统的边缘检测方法有:微分法<sup>[1-3]</sup>、多尺度边缘检测<sup>[1]</sup>、基于非线性扩散滤波的边缘检测<sup>[4]</sup>、基于模糊增强的边缘检测法<sup>[3]</sup>等,这些方法普遍存在着对噪声敏感,边缘提取粗糙,计算量大等问题,很难准确地提取图像的边缘特征<sup>[5-6]</sup>。为了解决这些问题,通常人们采用小波变换和脊波变换的方法进行提取。这些方法都能够较精确地对边缘进行提取,但是小波变换易受尺度选择的影响<sup>[7]</sup>,若尺寸选择得过小,虽可以得到较准确的边缘定位,但对噪声比较敏感;若尺寸选择过大,虽可以抑制噪声,但是边缘定位较差,轮廓边缘较宽;脊波变换可以高效处理比较规则的边缘,但对曲线以及不规则的边缘信息提取的效果不是很好<sup>[8]</sup>,同时这两种算法设计及计算复杂度较高,不易编程实现,因而给实际应用带来一定的困难。

鉴于上述图像边缘特征提取方法的缺点,本文从数学的角度出发,构造一个在图像边缘单调递减且连续可微的近似函数对边缘退化的 CT 图像进行校正。对于边缘为阶跃状的工件的 CT 图像,边缘退化是指 CT 图像在边缘(灰度突变处)

并不是一个阶跃响应,而是越往边缘处,灰度逐渐减小,这样图像的边缘信息就变得模糊,不利于做尺寸测量。从数学的角度上看,边缘退化的图像可以看成是原图像函数乘以一个在边缘处单调递减且连续可微的函数,这样就可以通过这个函数对原图像校正,在此基础上测量工件的尺寸。实验表明该方法能得到较清晰的边缘信息,尺寸测量精度比较高。

## 2 CT 图像边缘退化的数学描述

理想情况下阶跃状边缘工件的 CT 图像灰度函数是一个矩形函数<sup>[9]</sup>,

$$f(x) = \begin{cases} \mu & x \text{ 在工件上} \\ \mu_1 & x \text{ 在工件外} \end{cases}, \quad (1)$$

在这里  $x \in \mathbf{R}^3$ ,  $\mu$  表示相关物质的吸收系数,  $\mu_1$  为背景灰度,且  $\mu_1 < \mu$ 。但在实际的 CT 成像过程中由于受到工件本身特点以及物理因素的影响,导致了图像边缘扩散,反映到 CT 图像中,对比度降低,边缘模糊,其灰度函数不再是一个阶跃性函数,而是越往边缘处,灰度逐渐减小,这就导致了图像边缘退化。因此从数学角度上说,图像边缘退化可以表述成理想的图像函数  $f(x)$  乘以一个单调递减连续可微的近似函数  $g(x)$ 。据此可得到边缘退化的 CT 图像函数:

$$f_1(x) = \begin{cases} \mu g(x) & x \text{ 在工件上} \\ \mu_1 \alpha g(x) & x \text{ 在工件外} \end{cases}, \quad (2)$$

在这里  $f_1(x)$  是边缘退化后的图像函数,  $g(x)$  是构造的边缘退化的近似函数,  $\alpha$  是为了使退化的图像函数在边缘一致连续而乘以的系数。对于函数  $g(x)$ , 要求其为偶函数, 值域为  $[0, 1]$ , 由于不能改变工件内部的灰度信息, 因此在工件内部应无限地逼近于 1; 同时由于其边缘退化过程是连续变化的, 又要求函数  $g(x)$  是一致连续的且其极限为 0。

## 3 近似函数的构造

根据 CT 图像边缘退化的特性, 可以确定构造的近似函数应具有以下性质: (1) 值域为  $(0, 1]$ ;

(2)在定义域内一致连续,可微;(3)在 $[-1,1]$ 内应逼近于 1;(4)函数为偶函数;(5)在 $(-\infty,0]$ 内单调递增,在 $[0,+\infty)$ 内单调递减。在数学上有许多方法可以构造满足上述性质的一致连续函数<sup>[10-12]</sup>。文献[12]中曾提到:

$$g(x) = \begin{cases} 1 + \alpha_m x^{2m} + \alpha_n x^{2n} & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (3)$$

在这里  $m, n$  是自然数,且  $m < n$ 。根据上述性质有  $g(x) = g'(x) = 0$ ,这样参数  $\alpha_m, \alpha_n$  就可以确定: $\alpha_m = \frac{-n}{n-m}, \alpha_n = \frac{n}{n-m}$ 。

该函数若用于 CT 图像边缘退化校正中,存在着一定的局限性:(1)该函数是多项式函数,反求计算时复杂度比较高,同时在反求中存在奇异点;(2)在实际的 CT 图像中,由于受到各种因素的影响,背景灰度并不是绝对为 0 的,而是在一个趋于 0 的范围内波动。因此有必要对上式进行改进。

在数学分析中,指数函数的泰勒展开式是个多项式:

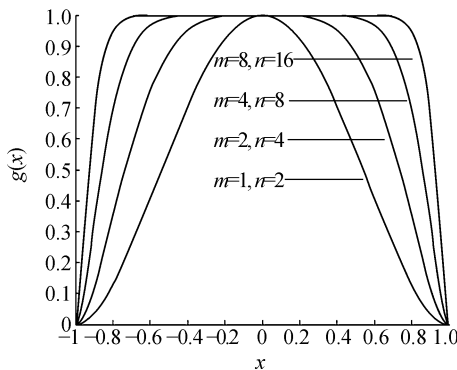
$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n), \quad (4)$$

$$e^{x^{2n}} = 1 + x^{2n} + \frac{x^{4n}}{2!} + \dots + \frac{x^{2n^2}}{n!} + o(x^{2n^2}). \quad (5)$$

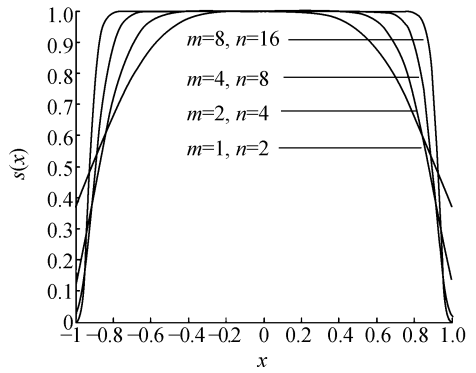
根据上式以及近似函数的性质可以将式(3)改写如下:

$$s(x) = e^{-mx^{2n}}. \quad (6)$$

式(3)和式(6)在区间 $[-1,1]$ 上的仿真结果如图 1 所示。从仿真结果看:两个函数  $g(x)$  和  $s(x)$  在 $[-1,1]$ 内有着同样的性质,无限地逼近于 1,所不同的是改进的函数  $s(x)$  在 $[-1,1]$ 内更逼近于 1,



(a)  $g(x)$



(b)  $s(x)$

图 1 图(a)和图(b)分别为参数  $m$  和  $n$  在不同值情况下  $g(x)$  和  $s(x)$  函数图

Fig. 1 Approximations using different parameters ( $m, n$ ) in equation(3)and(6) respectively

同时在  $x = \pm 1$  处不等于 0,这也正符合实际的 CT 图像。

### 4 CT 图像尺寸测量算法

根据边缘退化的 CT 图像函数式(2)以及改进的近似函数式(6),则可以推出校正后的图像为:

$$f(x) = f_1(x) / s(x), \quad (7)$$

该式中  $f(x)$  为校正后的图像灰度函数,  $f_1(x)$  为边缘退化后的 CT 图像灰度函数,即原图像函数,  $x$  为图像向量。

为了计算方便,把图像中心到边缘检测点的距离转换为 1,同时根据相应的比例关系确定图像矢量  $x$  在 $[-1,1]$ 中的位置,再一一校正。

如何确定改进的近似函数的参数是本文要解决的另一个问题,从上面的仿真结果来看,参数  $n$  主要决定着在校正后工件内部的灰度逼近于  $f_1(x)$  的程度,参数  $m$  主要决定着在图像边缘处灰度的大小。图像边缘退化的程度取决于图像边缘扩散的程度,而理想的边缘扩散函数是高斯函数<sup>[13]</sup>:

$$h(x) = E \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right). \quad (8)$$

令其二阶导数等于 0,则:

$$h''(x) = -\frac{E}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) + E \frac{x^2}{\sigma^4} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) = 0 \Rightarrow x = \pm \sigma. \quad (9)$$

从(9)式可以看出, 高斯函数只有两个拐点 $\pm\sigma$ , 反映到边缘退化的图像中, 则可确定在边缘(即 $\pm 1$ )附近存在一个拐点(二阶导数为 0)。由此, 可以取原图像函数  $f_1(x)$  的二阶导数接近于 0 的几个点作为边缘检测的点:

$$|f_1''(x)| \leq \epsilon (\epsilon \text{ 取接近于 0 的数}) \quad (10)$$

根据式(10)可以算出若干个拐点  $x$ , 同时根据图像的结构信息排除不在边缘的拐点  $x$ , 这样就可以根据边缘附近的几个拐点的灰度值确定对应的参数  $m$ ; 而对于参数  $n$  可以根据边缘退化的 CT 图像的内部信息来确定, 一般取经验值。

根据上面所确定的参数  $m$  和  $n$ , 可以确定若干个近似的函数表达式  $s(x)$ , 代入式(6)中, 得到校正后的图像。将这些校正后的图像与原图像求相关系数<sup>[14]</sup>, 选取相关系数图像最大的所对应的拐点为最佳边缘检测点, 这样就可以对边缘退化的 CT 图像进行校正, 标定图像边缘, 完成 CT 图像尺寸检测。算法流程图如图 2 所示。

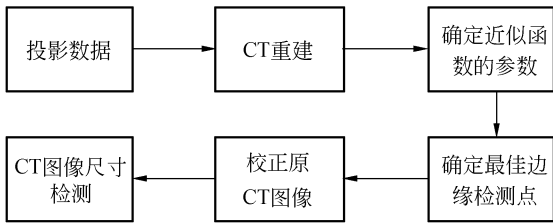


图 2 CT 图像尺寸检测算法流程图

Fig. 2 Arithmetic flow chart of CT image size measurement

### 5 实验结果与分析

#### 5.1 仿真实验

在对实际 CT 图像测量之前, 先选了一个已知参数的模型进行仿真实验, 来验证该方法的可行性, 并分析测量误差。该模型是半径为 30 mm 的铝质圆片。在仿真中, 首先通过计算机模拟得到投影数据, 同时在投影数据中加入高斯分布的边扩散模型和  $\lambda=2$  的泊松噪声, 进行 CT 重建, 再用上述校正算法校正原 CT 图像, 测得工件的半径, 然后与实际的半径做比较, 计算相对误差(相对误差=(真实值-检测值)/检测值)。仿真结果如图 3~图 7 所示。

从图 4 可以看出, 受边缘扩散模型的影响,

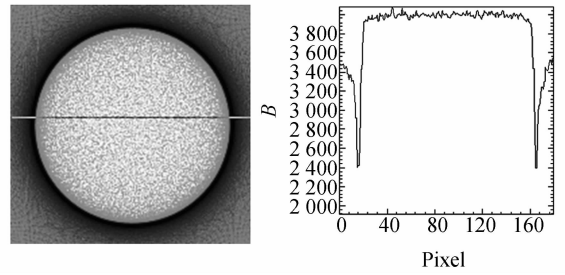


图 3 重建后的 CT 图像以及中心灰度曲线

Fig. 3 Reconstructed CT image and its central gray curve

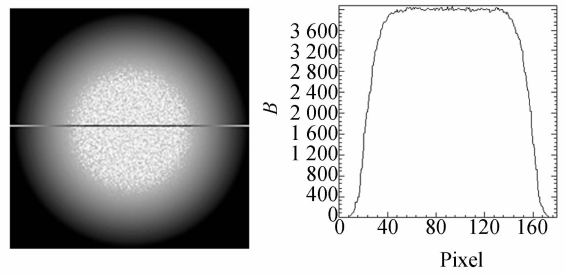


图 4 边缘退化后的图像及其中心灰度曲线

Fig. 4 Edge degradation image and its central gray curve

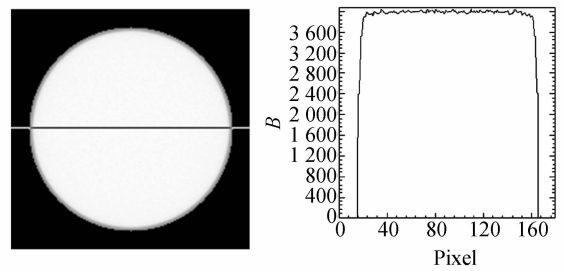


图 5 图 4 在拐点为 73 的校正图像及其中心灰度曲线  
Fig. 5 Revised CT image of Fig. 4 when inflexion is 73 and its central gray curve

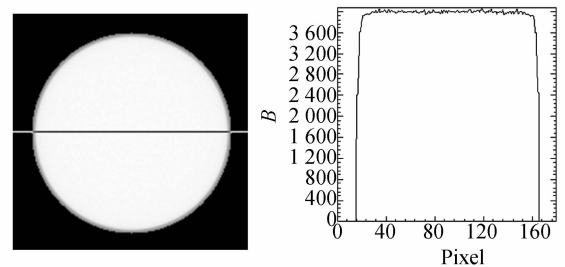


图 6 图 4 在拐点为 74 的校正图像及其中心灰度曲线  
Fig. 6 Revised CT image of Fig. 4 when inflexion is 74 and its central gray curve

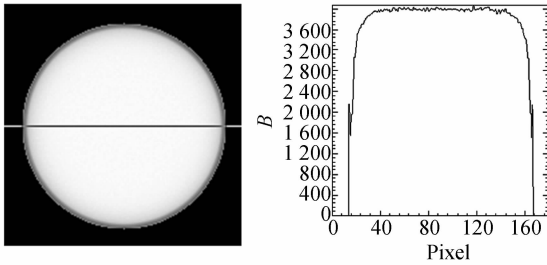


图 7 图 4 在拐点为 75 的校正图像及其中心灰度曲线  
Fig. 7 Revised CT image of Fig. 4 when inflexion is 75 and its central gray curve

灰度曲线的外边界不是一个近乎  $90^\circ$  的跳变,而是逐渐上升,这就造成了边缘退化,不利于我们做尺寸检测。根据上述校正算法以及图像的结构信息,取  $m=2, n=5, \epsilon=1$ ,同时排除不在图像边缘附近的拐点之后,得到结果如表 1 所示。

表 1 仿真测量结果  
Tab. 1 Simulation results

图示	图 5	图 6	图 7
拐点	73	74	75
相关系数	0.935 4	0.944 2	0.907 3

根据表 1,确定最佳边缘检测点距图像中心为 74 pixel,即选图 4 为校正后的图像,从其中心灰度曲线看,存在一个较明显的  $90^\circ$  阶跃,可以得到较清晰的边缘,更适用于尺寸测量。

该仿真实验中,图像大小为  $180 \text{ pixel} \times 180 \text{ pixel}$ ,像素尺寸为  $0.4 \text{ mm}$ ,检测到边缘到圆域中心为 74 pixel,则测量到的半径为:  $74 \times 0.4 = 29.6 \text{ mm}$ 。相对误差为:  $(30 - 29.6)/29.6 = 0.013 5$ 。则该算法在图像尺寸测量方面具有一定的可行性,测量精度较高。

### 5.2 实际测量

我们用上述方法对铁质圆圈进行实验,该工件通过游标卡尺测得的外圆直径为  $27.1 \text{ mm}$ ,内圆直径为  $14.8 \text{ mm}$ 。

在该实验中,采用美国的 Varian 公司的 Paxscan2520 面阵探测器和德国 YXLON450KV 的 X 射线机为主的射线成像系统上对铝质圆环进行投影数据采集,并进行 CT 重建。其重建出来的 CT 图像内外圆边缘由于受到相关噪声的影响,其边缘的阶跃性严重失真,不利于做尺寸测

量;利用本文的方法有效地提取了图像的边缘特征,从而提高图像尺寸测量的精度。结果如图 8 和图 9 所示。

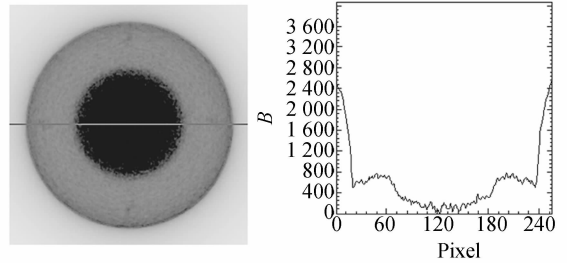


图 8 原 CT 图像及中心灰度曲线  
Fig. 8 Original CT image and its central gray curve

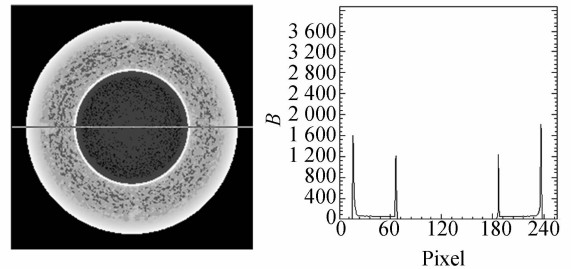
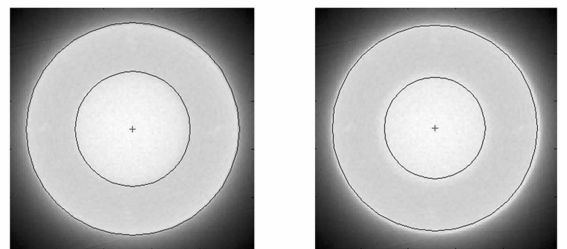


图 9 校正后的 CT 图像及中心灰度曲线  
Fig. 9 Revised CT image and its central gray curve

为了突出本文方法在测量精度上的优越性,又用常用的方法进行了实验,如小波变换和脊波变换,结果如图 10 所示。



(a)脊波变换 (b)小波变换  
(a)Ridgelet transform (b)Wavelet transform

图 10 边缘检测图

Fig. 10 Edge detection images

上述图像大小为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ ,其像素尺寸为  $0.127 \text{ mm}$ 。尺寸测量结果表 2 所示。

表 2 实际测量结果

Tab. 2 Results of practical measurement

检测方法	脊波变换	小波变换	本文方法	
直径测量	内径 (mm)	121×0.127 =15.367	106×0.127 =13.462	120×0.127 =15.24
	外径 (mm)	218×0.127 =27.686	210×0.127 =26.67	216×0.127 =27.432
相对误差	内径	0.037	0.099	0.029
	外径	0.021	0.024	0.012

### 5.3 应用实例

为了突显本文所提出方法在图像尺寸测量精度方面的优势,特对 5.2 中 CT 成像系统上所获取的工件 CT 切片进行实验,该工件为直径 23.5 mm 的铝质圆柱,其中有  $\Phi 2.5$  和  $\Phi 3.5$  的铁质圆片。其测量结果如图 11 所示。

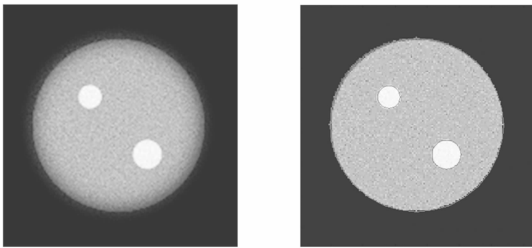


图 11 工件原 CT 切片图像(左图)和校正后的工件 CT 切片图像(右图)

Fig. 11 Original CT image (left) and revised CT image (right)

### 参考文献:

- [1] 李弼程, 彭天强. 智能图像处理技术[M]. 北京:电子工业出版社, 2004.  
LI B CH, PENG T Q. *Intelligent Image Processing* [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2004. (in Chinese)
- [2] 容观澳. 计算机图像处理[M]. 北京:清华大学出版社, 2000.  
RONG G A. *Computer Image Processing* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. (in Chinese)
- [3] 李弼程, 郭志刚, 文超. 图像的多层次模糊增强与边缘提取[J]. 模糊系统与数学, 2000, 14(4): 77-

在图 11 中,图像大小为 256 pixel×256 pixel,其像素尺寸为 0.127 mm。根据上述方法测量结果如表 3 所示。

表 3 工件直径测量结果

Tab. 3 Result of measurement for workpieces

	外圆	左小圆	右小圆
实际直径 (mm)	23.5	2.5	3.5
测量直径 (mm)	188×0.127 =23.876	20×0.127 =2.54	28×0.127 =3.556
相对误差	0.016	0.016	0.015

从上述仿真以及实验结果可以看出,本文提出的校正算法可以比较精确地定位图像边缘,测量精度比较高。

## 6 结 论

本文根据工业 CT 产品质量检测和逆向设计的需求,针对有规则边缘的 CT 图像,从数学角度上分析了图像边缘退化的原因,并提出了基于构造边缘退化的近似函数方法来提取边缘信息并测量工件尺寸的方法。通过上述的分析和实验表明,该方法对于阶跃性差的 CT 图像尺寸测量的相对误差为 2% 左右,比常用的图像尺寸测量方法减小了 1.5%。该方法能够较准确地定位 CT 图像的边缘信息,而且尺寸测量精度比较高;同时该方法简便,编程易实现,对散射噪声的抑制有着一定的借鉴意义。

83.

- LI B CH, GUO ZH G, WEN CH. Multi-level fuzzy enhancement and edge extraction of images [J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2000, 14(4): 77-83. (in Chinese)
- [4] 付树军, 阮秋琦, 穆成坡, 等. 基于非线性扩散滤波的边缘检测和图像测量[J]. 光学精密工程, 2007, 15(2): 289-293.  
FU SH J, RUAN Q Q, MU CH P, *et al.*. Edge detection for image measurement based on nonlinear diffusion filtering [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(2): 289-293. (in Chinese)
- [5] 张俊杰, 操晶晶, 贡力, 等. 微型零件图像测量清晰

- 度算法和选择与综合评价[J]. 光学精密工程, 2008,16(3):543-547.
- ZHANG J J, CAO J J, GONG L, *et al.*. Selection and synthesis evaluation of image measurement definition algorithm for miniature parts[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008,16(3):543-547. (in Chinese)
- [6] 贺秋伟,王龙山,刘庆民,等. 基于支持向量回归的小尺寸零件精密测量[J]. 光学精密工程,2007,15(4):557-563.
- HE Q W, WANG L SH, LIU Q M, *et al.*. Precision measurement for small size parts based on support vector regression [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007,15(4):557-563. (in Chinese)
- [7] VETTERLI M, KOVACEVIC J. *Wavelets and Subband Coding* [M]. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.
- [8] CANDÉS E J. *Ridgelets: theory and application* [D]. Department of Statistics, Stanford University, 1998.
- [9] SHEPP L A, LOGAN B F. The fourier reconstruction of a head section[J]. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1974,21:21-34
- [10] LI Q D. Blending implicit shapes using smooth unit step functions [C]. *Proc WSCG' 2004 (UNION Agency—SciencePress, Plzen, Czech Republic)*, 2004:297-304.
- [11] LIU M B, LIU G R, LAM K Y. Constructing smoothing functions in smoothed particle hydrodynamics with applications[J]. *J. Comput. Appl. Math.*, 2003,155:263-84.
- [12] YU H Y, ZHAO SH Y, WANG G. A differentiable Shepp-Logan phantom and its applications in exact cone-beam CT[J]. *Phys. Med. Biol.*, 2005, 50:5583-5595.
- [13] CANNY J. A computational approach to edge detection[J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1986(6):679-698.
- [14] 魏宗舒. 概率论与数理统计教程[M]. 北京:高等教育出版社, 2004.
- WEI Z SH. *Probability Theory and Mathematical Statistics* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2004. (in Chinese)

#### 作者简介:



陈平(1983—),男,安徽池州人,博士研究生,主要从事图像处理、信号与信息处理等方面的研究。E-mail: pc0912@163.com



刘宾(1979—),男,山东济宁人,讲师,主要从事信号与信息处理、图像处理等方面的研究。E-mail: liubin0316@nuc.edu.cn



潘晋孝(1966—),男,山西运城人,教授,博士生导师,主要从事信息与信息处理、图像重建等方面的研究。E-mail: panjx@nuc.edu.cn